

Anwendungsaufgaben zu linearen Gleichungen:

Aufgabe 1:

Eine Schulklasse besteht aus 37 Schülern. Es gibt 17 mehr Schülerinnen als Schüler. Wie viele Schüler und wie viele Schülerinnen sind in dieser Schulklasse?

Tipp: Markiere dir die wichtigen Informationen (Die Aufgabenstellung haben wir unterstrichen)

Schritt 1: Wandle die Informationen im Text in eine Gleichung um. Wichtig dabei ist, dass alle Informationen, die unbekannt sind durch eine Variable ersetzt werden.

Gesamtanzahl: 37

Schüler: x

Schülerinnen: x+17

Um diese Aufgabe zu lösen, muss einem auffallen, dass die Anzahl der Schülerinnen die gleiche wie die der Schüler plus 17 ist. Daraus ergibt sich folgende Gleichung:

$$x + x + 17 = 37$$

Jetzt muss die Gleichung nach x aufgelöst werden.

$$2x + 17 = 37 \quad | -17$$

$$2x = 20 \quad | :2$$

$$x = 10$$

Verfasse jetzt noch einen Lösungssatz. Wichtig dabei ist, dass sowohl die genaue Anzahl der Schüler, sowie auch die der Schülerinnen angegeben werden soll. Dazu muss die Anzahl der Schülerinnen erst noch berechnet werden.

$$\text{Schülerinnen: } x+17 = 10+17 = 27$$

A: Es gibt 27 Schülerinnen und 10 Schüler in der Klasse.

Aufgabe 2:

Abdurrahman legt jede Woche 4,50 € in sein Sparschwein. Seine Oma gibt ihm in der zweiten Woche zu seinem Geburtstag noch 11,50 € dazu. Nach wie vielen Wochen bunkert Abdurrahmans Sparschwein 45,25 €?

Tipp: Das Ergebnis kommt immer auf eine eigene Seite der Gleichung. Überlegt euch auch welche Beträge einmalig und welche wiederholt vorkommen. Wiederholungen, deren Anzahl wir nicht wissen, können wir mit Variablen darstellen.

Wöchentlicher Betrag: 4,50€

Einmaliger Betrag: 11,5€

Gesuchter Endbetrag: 45,25€

Zuerst müssen wir die Gleichung aufstellen:

$$4,50x + 11,5 = 45,25$$

Jetzt lösen wir die Gleichung nach x auf, um die Zeit in Wochen zu erhalten, die er sparen muss für 45,25€.

$$4,50x + 11,5 = 45,25 \quad | -11,5$$

$$4,50x = 33,75 \quad | :4,50$$

$$x = 7,5$$

Tipp: Formuliert immer einen Antwortsatz. Überlegt dabei vorher, ob die „Einheit“ eures Ergebnisses mit der gefragten übereinstimmt. In unserem Fall sind beide Werte in Wochen, daher müssen wir keine Umrechnung mehr machen.

A: Er muss 7,5 Wochen sparen, um den Geldbetrag von 45,25€ zu erreichen.

Aufgabe 3:

Nachdem Abdurrahman 45,25 € in seinem Sparschwein angesammelt hat, möchte er dieses Geld in sein Lieblingsvideospiegel auf der Xbox 360 investieren. Während er monatlich 18,60€ für sein Spiel ausgibt, erhält er jeden Monat 6,55 € durch den Pausenverkauf an der nächstgelegenen Schule und 3 € Taschengeld von seinem Vater. Nach wie vielen Monaten hat er kein Geld mehr für sein Videospiegel Fortnite?

Tipp: Pass auf, welche Beträge negativ sind, also Ausgaben, und welche Werte er erhält, also positiv sind.

Betrag zu Beginn: 45,25€

Monatliche Ausgaben: 18,60€

Monatliche Einnahmen: 6,55€ + 3€ = 9,55€

Monat: x

Wichtig: Gesucht ist, wann er kein Geld mehr hat, was wir als Zahl mit Geldbetrag = 0 ausdrücken können. Daher müssen wir die Nullstelle berechnen, also unseren Term gleich Null setzen.

Stellen wir wieder zuerst den Term auf:

$$45,25€ - 18,60x + 9,55x = 0 \quad \text{Tipp: Zuerst vereinfachen}$$

$$45,25 - 9,05x = 0 \quad | -45,25$$

$$-9,05x = -45,25 \quad | :(-9,05)$$

$$x = 5$$

Tipp: Überprüft immer das Vorzeichen eures Ergebnisses. Bei Zeitrechnungen kann das Ergebnis normal nicht negativ sein, da es keinen Sinn geben würde, dass er mit einem Startbetrag von 45,25€ bereits vor 5 Wochen pleite war.

A: Nach 5 Wochen hat er kein Geld mehr.

Aufgabe 4:

Als Abdurrahman sein ganzes Geld für Fortnite ausgegeben hat, sucht er eine Bank auf und hebt 6960€ mit seiner Kreditkarte ab. Auf dem Weg zurück nach Hause, fällt ihm auf, dass sein Rucksacksack ein Loch hat. Jede 10 Meter fallen 22,30 € aus seiner Tasche. Wie viel Geld verliert er auf dem Heimweg, wenn sein Haus 850 Meter von der Bank entfernt ist und mit wie viel Geld kommt er zu Hause an?

Tipp: Manchmal sind mehrere Dinge in einem Satz gefragt. Denkt also später daran, sowohl das Geld, das er verloren hat, sowie auch das Geld, das er noch besitzt, anzugeben.

Tipp: Wörter wie „jede“ oder „pro“ geben einen Hinweis auf sich wiederholende Anzahlen, deren genau Wiederholungszahl meist nicht bekannt ist. Daher bilden sie oft die Unbekannte in der Gleichung.

Ursprünglicher Betrag: 6960€

Verlust pro Meter: 2,23€

Strecke 850m

Stellen wir die Gleichung auf:

$$6960 - 2,23x = 850 \quad | -6960$$

$$-2,23x = -6110 \quad | :(-2,23)$$

$$x = 2739,91$$

Tipp: Wenn ihr Ergebnisse mit dem Taschenrechner berechnet und Gleitkommazahlen als Ergebnis herauskommen, dann gebt eine sinnvolle Anzahl an Nachkommastellen an. Bei Geldbeträgen in € empfehlen sich zwei Nachkommastellen, weil ct die kleinste Einheit ist.

Jetzt ist wichtig festzustellen, was das Ergebnis angibt. In diesem Fall stellt das Ergebnis das verlorene Geld dar. Um auf das übriggebliebene Geld zu kommen, müssen wir vom ursprünglichen Betrag den Verlust abziehen.

$$\text{Übriges Geld: } 6960 - 2739,91 = 4220,09$$

A: Er verliert auf dem Weg 2739,91€ und hat, als er ankommt, noch 4220,09€ im Sack.

Aufgabe 5:

Eine Woche später kauft er mit seinem übrigen Geld den alten Opel Astra von seinem Onkel. Noch am gleichen Tag möchte er sein neues Auto austesten und veranstaltet ein Wettrennen mit seinem Freund. Abdurrahman beschleunigt sofort auf $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in der Innenstadt und baut einen Vorsprung von 290m auf. Sein Freund im Bugatti Chiron ist ihm jedoch mit $127 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ schon auf den Fersen. Nach wie vielen Metern hat der Freund Abdurrahman eingeholt?

Tipp: Wandelt vor dem Rechnen alle Zahlen in die gleiche Einheit um. Wenn keine Einheit im Ergebnis gefragt wird, ist es nicht wichtig, in welcher Einheit ihr das Ergebnis angebt.

Die Idee hier ist, dass wir zwei Funktionen haben, die die Geschwindigkeit angeben. Der Schnittpunkt gibt den Punkt an, bei dem sich die beiden Autos treffen, bis der Freund Abdurrahman also eingeholt hat.

$$f(x) = 120000x + 290 \quad g(x) = 127000x$$

$$f(x) = g(x)$$

$$\begin{aligned}
120000x + 290 &= 127000x \quad | -127000x \\
-7000x + 290 &= 0 \quad | -290 \\
-7000x &= -290 \quad | :(-7000) \\
x &= 0,0414
\end{aligned}$$

A: Der Freund braucht 0,0414 Stunden, um in einzuholen. In Minuten ergibt das 2,48.

Bonusaufgabe 6:

Nach dem Wettrennen mit seinem Freund verkauft Abdurrahman aus Frust sein Auto und wandert auf eine einsame Insel aus. Dort findet er eine alte Schatzkarte, die den Standort einer Schatztruhe 4,7 Meilen südwestlich von ihm in **10 Meter Tiefe** mit einem X markiert. Nachdem er am X angekommen ist, findet er einen Metalllöffel und fängt an zu graben.

- Wie viele Jahre braucht er für das Loch, wenn er jeden Monat mit seinem Metalllöffel $\frac{1}{6}m$ in den Boden gräbt?
- Glücklicherweise findet er **nach 1 Jahr und 4 Monaten** eine Schaufel im Dschungel der Insel. Mit der Schaufel schafft er einen **halben Meter pro Monat**. Wie lange braucht er nun, bis er die Schatztruhe ausgegraben hat?

Bei Teilaufgabe a) können wir wieder den Wert 10m gleich seinem Fortschritt beim Graben setzen. Das Wort „jeden“ weist uns auf die Variable hin, die wir hier verwenden müssen.

Gesamtlänge: 10m

Monatlicher Fortschritt: $\frac{1}{6}m$

$$\begin{aligned}
\text{Gleichung: } \frac{1}{6}x &= 10 \quad | \cdot 6 \\
x &= 60
\end{aligned}$$

Hinweis: Das Ergebnis ist in Monaten, es ist aber die Anzahl der Jahre gefragt. Um auf die Anzahl der Jahre zu kommen, müssen wir das Ergebnis durch 12 teilen:

$$x = 60 : 12 = 5$$

A: Er muss 5 Jahre graben, um an die Schatztruhe zu gelangen.

Tipp: Wenn wir wie in Teilaufgabe b) mehrere Teilgleichungen haben, die wir addieren, ist wichtig, erstmal Überlegungen zum zeitlichen Ablauf anzustellen.

Zuerst können wir, da wir die Zeit gegeben haben, für die er den Metalllöffel verwendet, seinen Fortschritt innerhalb von einem Jahr und vier Monaten bereits ausrechnen. Dazu setzen wir in unserer Gleichung aus Teilaufgabe a) für x die Anzahl an vergangenen Monaten ein.

$$f(16) = \frac{1}{6} \cdot 16 = \frac{8}{3}$$

Nun können wir von unserer vorherigen benötigten Länge von 10m für das Loch bereits die berechneten $\frac{8}{3}m$ abziehen. Jetzt setzen wir die neue Gleichung für die Schaufel gleich diesem Ergebnis.

$$0,5x = 10 - \frac{8}{3}$$

$$0,5x = \frac{22}{3} \quad | \cdot 2$$

$$x = \frac{44}{3}$$

Wichtig: Das Ergebnis gibt nur die Monate an, die er mit der Schaufel zum Graben braucht. Wir müssen den Zeitraum, den er mit dem Löffel gebraucht hat, wieder dazuzählen.

$$\text{Ergebnis: } x = \frac{8}{3} + \frac{44}{3} = \frac{52}{3}$$

Wichtig: Wir müssen das Ergebnis nun wieder in Jahre umwandeln.

$$x = \frac{52}{3} : 12 = \frac{52}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{13}{9}$$

A: Mit der Schaufel braucht er nur noch 1,44 Jahre, um an die Schatztruhe im Boden zu kommen.